DOI:10.16410/j.issn1000-8365.2019.02.024

磁场作用下硅晶体生长的应用研究现状

饶森林[1,2],张发云[1,2],罗玉峰[3,4],熊含梦[2],李云明[1,2],胡　云[1,2],章　娟[1]

(1.新余学院 新能源科学与工程学院,江西 新余 338004;2.江西省高等学校硅材料重点实验室,江西 新余 338004;3.南昌大学 机电工程学院,江西 南昌 330031;4.华东交通大学,江西 南昌 330031)

摘　要:针对静态磁场和非静态磁场在硅晶体生长中的应用研究现状,综述了磁场对硅晶体生长过程中熔体流动、固液界面形态、杂质含量及分布的影响,重点对比分析了静态磁场与非静态磁场的特点。总结了该应用当前存在的问题,并对未来的技术发展进行了展望。

关键词:磁场;晶体硅;固液界面;熔体流动

中图分类号:TN304　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-8365(2019)02-0229-06

Application and Research Status on Silicon Crystal Growth Under Magnetic Field

RAO Senlin[1,2], ZHANG Fayun[1,2], LUO Yufeng[3,4], XIONG Hanmeng[2], LI Yunming[1,2]
HU Yun[1,2], ZHANG Juan[1]

(1. School of New Energy Science and Engineering, Xinyu College, Xinyu 338004, China; 2. Key Laboratory of University in Jiangxi for Silicon Materials, Xinyu 338004, China; 3. School of Mechanical and Electronic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 4. East China Jiaotong University,Nanchang 330031, China)

Abstract: In view of the application of static and non-static magnetic fields on the growth of silicon crystals, the effects of magnetic field on melt flow, solid-liquid interface morphology, impurity content and distribution in the process of silicon crystal growth are covered. The characteristics of static and non-static magnetic fields were emphatically compared and analyzed. The existing problems in the application were summarized, and the development trends in this field were prospected.

Key words: magnetic field; silicon crystal; solid liquid interface; melt flowing

晶体硅太阳电池由于转换效率高、工艺稳定而被广泛应用。然而在硅晶体生长过程中,熔体流动的影响至关重要。若熔体流动过快,一方面,会加剧对坩埚内壁面的冲刷,导致坩埚内壁面的杂质粒子快速进入熔体内部,如果杂质在熔体内部分布不均匀或未能及时排除,将影响硅晶体内的杂质含量及分布;另一方面,还会造成固液界面的波动,从而影响硅晶体生长过程中的固液界面形态,进而降低晶体硅太阳电池的质量和光电转换效率。磁场辅助硅晶体生长技术是控制硅熔体中热对流的一种有效方法。在20世纪80年代初,日本首次把横向和轴向磁场技术运用在单晶硅的制备上,该项技术也在20世纪80年代中期在国内开始介绍流传,不久就有了国内学者的实验研究报道[1],2000年后又有河北工业大学学者提供了相关实验研究报道。近年来这方面的研究也陆续增多,磁场辅助应用从单晶硅晶体生长到多晶硅生长,从模拟计算到实验研究,多种不同类型的磁场辅助应用也相继被研究,本文将介绍磁场对硅晶体生长过程中熔体流动、固液界面形态、杂质含量及分布的影响,并对未来的技术发展进行展望。

1　磁场的类型及作用原理

目前,磁场在晶体硅生长中的应用研究可以分为:静态磁场、非静态磁场两大类。静态磁场是指磁场方向与大小均保持不变的磁场,包括轴向磁场、横向磁场及勾型磁场等;非静态磁场是指磁场大小、方

收稿日期:2018-08-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51664047);江西省高等学校科技落地计划面上项目(KJLD12050);江西省科技支撑计划面上项目(20123BBE50116);江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ161200、GJJ161199)

作者简介:饶森林(1988-),江西东乡人,硕士,讲师.研究方向:硅晶体定向生长的仿真模拟.电话:13979009204,E-mail:rsl0124@163.com

通讯作者:张发云(1967-),江西吉安人,博士,教授,硕士生导师.研究方向:为硅晶体生长工艺的研发.E-mail:zfyabc@126.com

向或者两者均随着时间的变化而产生变化的磁场。与静态磁场相比，非静态磁场的应用更为广泛，且在多晶硅晶体生长中应用较多，包括行波磁场、交变磁场、旋转磁场及复合电场磁场等。硅熔体的热对流和流速主要取决于磁场产生的洛伦兹力，因此磁场在硅晶体生长中的作用原理主要有两种：一是通过影响硅熔体运动来影响晶体硅的长晶过程及晶体结构；二是通过对杂质运动产生作用来影响杂质在晶体硅中的分布。晶体硅生长过程中硅熔体界面处存在较厚滞流层，杂质运动从对流搅拌为主变为受扩散动力学支配，使熔体冲刷坩埚内壁后发生的石英溶解速度以及将溶解氧带入熔体和固液界处的速度降低。

2 静态磁场的应用

2.1 轴向磁场

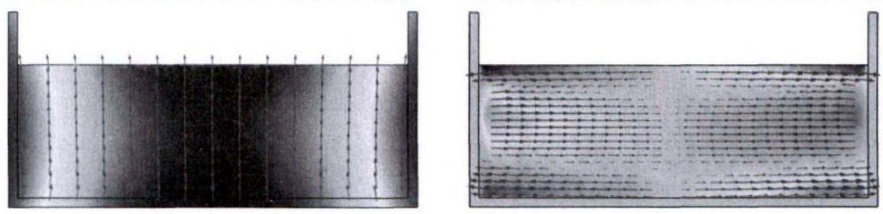
轴向磁场的磁通密度如图 1(a)，因此有时又称为纵向或垂直磁场。根据左手法则，硅熔体受到的洛伦兹力如图 1(b)，由图可见，轴向磁场主要可以抑制水平方向的熔体流动和固液界面形态，提高硅熔体的粘滞性。

Cen 等[2]模拟了轴向磁场下单晶硅生长，发现磁场产生的洛伦兹力主要为水平方向，因此水平流动会被抑制，此外还会影响熔体的固液界面。Vizman 等[3]模拟也发现，可以通过控制磁场强度来调节熔体的固液界面。Peng 等[4]采用数值模拟的方法，研究了常规重力条件下熔体内部的热毛细-浮力对流。结果表明，轴向磁场能够有效地抑制熔体内部的流动和温度波动。为了进一步研究磁场对热毛细-浮力的影响，饶朏等[5]对轴向磁场作用下的热毛细对流现象进行了研究，结果发现，轴向磁场对熔体内的热毛细对流抑制作用要优于横向磁场，但在抑制浮力对流方面要差于横向磁场。李友荣等[6]研究了轴向磁场对硅单晶生长的影响，结果表明，随着磁场强度的增加，固液界面平均氧浓度会下降。罗玉峰等[7]在多晶硅数值仿真过程中加入亥姆霍茨(Helmholtz)线圈产生的轴向磁场，获得了轴向磁场下多晶硅定向生长阶段的温度场和流场分布。从图 2 可知，施加轴向磁场后熔体的热对流受到了抑制，使得等温线变得更为平坦，可使凸形的固液界面向平面状过渡。刘志辉等[8]通过实验和模拟的手段，结果表明加入 0.1T 的轴向磁场后，获得了较平坦的熔体固液界面。目前，虽然轴线磁场作用于硅晶体生长的研究不仅有模拟研究还有实验研究，但大多处于 0.1T 数量级别以下，作用机理也有待于研究。

2.2 横向磁场

横向磁场的磁通密度如图 3(a)所示，因此又叫水平磁场。熔体受到的洛伦兹力如图 3(b)所示，由图可知，横向磁场可以使得竖直或纵向方向上的熔体流动受到抑制，减小温度的波动。

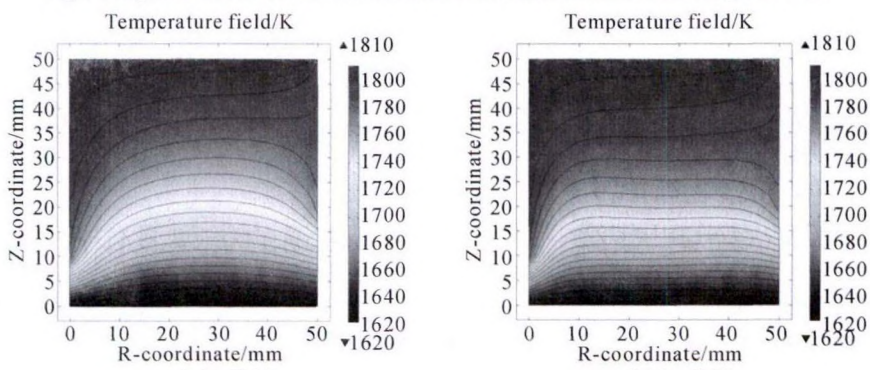
Chen 等[9]在单晶硅模拟时加入不同强度的磁场后发现，在高强度磁场下，所有的涡流都会消失，但流动方向会随着磁场强度的变化而发生变化。研究还表明，在磁场的影响下，相同处的温度会在一个小



(a)磁感线分布　　(b)洛伦兹力分布

图 1 轴向磁场的磁感线及洛伦兹力分布

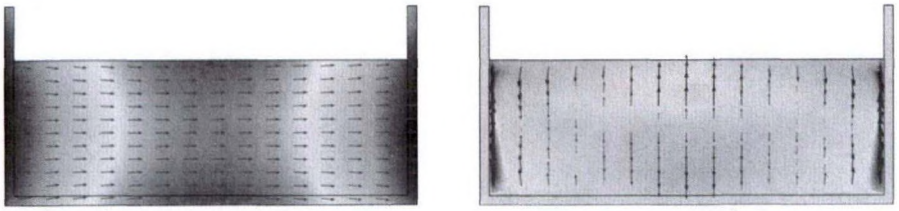
Fig.1 Magnetic induction line and Lorenz force distribution in axial magnetic field



(a)未加磁场　　(b)添加磁场

图 2 轴向磁场下多晶硅结晶阶段的温度场分布

Fig.2 Distribution of temperature field in polycrystalline silicon during axial magnetic field



(a)磁感线分布　　(b)洛伦兹力分布

图 3 横向磁场的磁感线及洛伦兹力分布

Fig.3 Magnetic induction line and Lorenz force distribution in transverse magnetic field

范围内波动。Tanasie 等[10]对多晶硅铸锭过程模拟得出，当加入 B=0.2T 的横向磁场时可以显著地抑制熔体流动。为了进一步研究横向磁场的影响，研究还发现，横向磁场可以减小固液界面的变形，但与轴向磁场相比，加入横向磁场的界面形状则稍微不对称，这是由于熔体流动中的非对称流动模式造成的。Liu 等[11]采用模拟的方法研究表明，在磁场 0.2T 的横向磁场影响下，更高的拉晶速率可以获得更加均匀和平直的固液界面。横向磁场不仅会对熔体的流动和固液界面产生影响，还能影响熔体中氧的分布，Collet 等[12]通过模拟发现，晶体硅中的氧浓度对横向磁场非常敏感，在 0.5T 的磁场强度下，坩埚和晶体的旋转与没有旋转的情况下相比会产生明显的影响。Kakimoto 等[13]模拟研究发现，横向磁场对点缺陷(如空位和间隙原子)的形成有重要的影响。目前，横向磁场主要集中在模拟研究，实验研究还很少见，这可能与炉子本身的结构有关。

2.3 勾型磁场

轴向磁场和横向磁场的磁感线都是单一方向，它们仅对与磁感线方向垂直或成一定角度的熔体起抑制作用，对与磁感线平行的熔体不起任何抑制作用，而勾形磁场可以同时产生轴向和径向方向的磁场分量，所以又称为尖角磁场，如图 4(a)。从图中还可以发现，勾形磁场的磁感线分布是以线圈中心轴线及中心面上下对称的非均匀磁场。因此勾形磁场对轴向和径向方向的熔体均有抑制作用，如图 4(b)。从图 4 中还可以发现，勾形磁场在晶体生长界面处为横向磁场，而在熔体内部主要为轴向磁场。

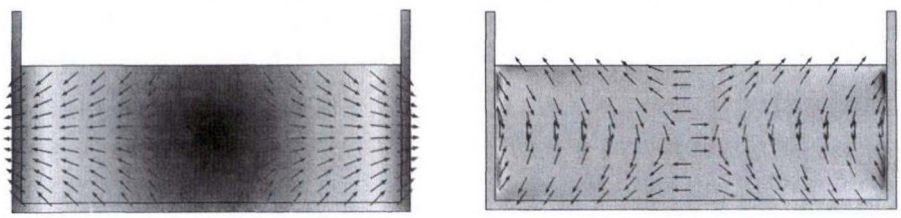
邹勇等[14]在微重力环境下区熔法硅单晶生长中发现，轴向磁场可有效抑制熔体的径向流动，但难以有效抑制轴向对流，而勾型磁场则可以达到更好的控制熔体对流的效果。罗玉峰等[15]模拟研究发现，当施加于熔体上的磁场逐渐增加时，熔体的最高流速会逐渐减小。Wang 等[16]在模拟单晶硅生长时发现，当线圈和自由界面的距离为 0.35 mm 时，固液界面处氧的浓度为最小值，研究还发现，在勾型磁场作用下的固液界面比较平滑，但其中心区域较无磁场时整体向 z 轴正向偏移，这样利于高质量晶体的生长。常麟等[17]对单晶硅模拟和实验时也发现，随着通电线圈距离和半径的增大，熔体固液界面的氧浓度会逐渐降低。总体而言，勾形磁场对熔体流动的效果更加明显，可以通过调节磁场与自由界面的位置来改变磁场在熔体中的分布，进而控制熔体流动和固液界面波动，但是理论分析还不够完善，有待进一步的深入研究。

综上所述，静态磁场在单晶硅晶体生长中应用更为广泛，而在多晶硅上应用较少，且大多主要集中在模拟研究上，实验开展和作用机理的研究还不够。以上三种磁场都可以抑制熔体的流动，控制氧的浓度，调节固液界面等，但轴向磁场可以更好地控制熔体内的热毛细对流和固液界面形态，横向磁场可以使点缺陷达到最小，而勾型磁场则能够更好地控制氧浓度和熔体对流。

3 非静态磁场的应用

3.1 行波磁场

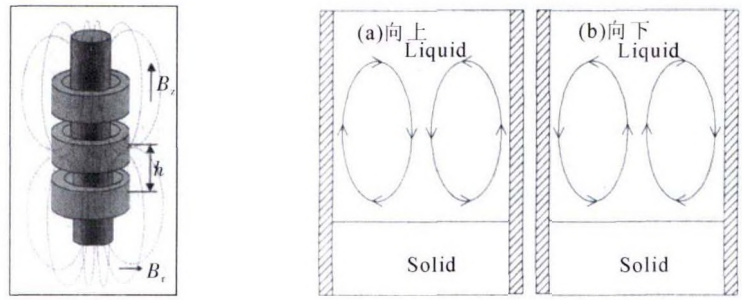
行波磁场使硅熔体产生对称的子午线方向的洛伦兹力场，如图 5 所示，行波磁场可同时产生径向分量 Br 和轴向分量 Bz，洛仑兹力的大小主要取决于径向的磁场强度 Br。如图 5(b)所示，当行波磁场引



(a)磁感线分布　　(b)洛伦兹力分布

图 4 勾形磁场的磁感线及洛伦兹力分布

Fig.4 Magnetic induction line and Lorenz force distribution in cusp magnetic field



(a)工作原理图　　(b)洛仑兹力产生的子午线流

图 5 行波磁场示意图

Fig.5 Schematic diagram of traveling magnetic field

起的洛仑兹力方向向上时，硅熔体中将产生一个对称的向上的子午线流；当引起的洛仑兹力方向向下时，硅熔体中会产生一个对称的向下的子午线流[18]。行波磁场也是通过洛伦兹力对熔体产生抑制作用。

Kiessling 等[19]实验研究发现，行波磁场能够减少多晶硅铸锭过程中扩散边界层的厚度，还能调节固液界面的形状和形态。Yu[20]等发现，与未加磁场相比，行波磁场对多晶硅定向凝固阶段的熔体流动模式和热场有显著的影响，向上的行波磁场强化了热浮力作用，易使固液界面下凹；但是向下的磁场削弱了热浮力，使得固液界面有上凸。因此，可以通过调节磁场的参数使界面变得平缓或微凸。Vizman 等[21]对多晶硅生长过程模拟发现，低的温度梯度能降低熔体流动对固液界面形状的影响，加入行波磁场后会产生洛伦兹力，洛伦兹力对熔体对流的影响占主导地位。Kader 等[22]运用新的布里奇曼法来研究晶体硅的生长过程，研究发现，行波磁场的加入可以控制熔体的对流，从而使得熔体中的金属元素均匀化或分离，这样可以增加杂质对熔体的偏析。Cablea 等[23]采用模拟加实验的方法研究也发现，在多晶硅定向凝固过程中，行波磁场可提高熔体对杂质的分凝能力。Tomzig 等[24]研究表明，在晶体硅生长过程，行波磁场的加入会改变硅锭中轴向氧浓度的含量，磁场方向不同，氧浓度的含量大小也不同。Dadzis 等[25]采用三维模拟发现，在没有熔体流动和平滑的固液界面中，最大的碳浓度位于界面处。目前，行波磁场开始应用于硅晶体生长，而行波磁场本身对硅晶体生长过程的影响是一个较为复杂的过程，有待于进一步深入研究。

3.2 交变磁场

交变磁场是指大小和方法都随时间变化的磁场。交变磁场最早应用于金属“悬浮融熔”，主要集中于交变磁场下的熔体流动、固液界面的波动，而在硅晶体生长中的应用较少。最近，Chen 等[26]研究发现，加入交变磁场后，熔体中间区域的电磁力由熔体外部指向内部，底部和顶部区域由内部指向外部，电磁力先增大，达到顶峰时随磁通密度的变化而减小。熔体流速先随着电磁力的增加而增加，之后逐渐减小并趋近于一个稳定状态。冯孝燕等[27]利用模拟软件得出多晶硅熔体边角处的电磁力最大，越往中间越小。而较强的电磁力作用于液面四角，引起了液面的波动。通过实验研究表明，硅锭外表面的四个角点出现了隆起结构，从而验证了模拟结果。Dropka 等[28]研究表明交变磁场可以使熔体的循环更加均匀化，熔体的流动足够把溶解的杂质析出，从而达到除杂目的和减少硅锭中缺陷的目的。Cablea 等[29]在多晶硅铸锭过程中添加磁场时发现，交变磁场改变了扩散层中金属原子的传输机理，减少了硅熔体中扩散层的厚度，从而增强了杂质的分凝效应。Liu 等[30]证明了交变磁场可以将铸锭过程中 99%的金属杂质去除，尤其是铁杂质，能够降到 0.05×10^{-4}%以下，其搅拌过程如图 6 所示。

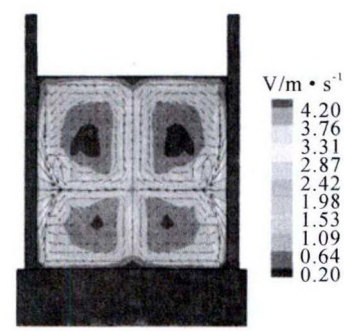


图 6 交变磁场下硅熔体中的流场分布

Fig.6 Flow field distribution in silicon melt under alternating magnetic field

3.3 旋转磁场

图 7 为旋转磁场的磁力线俯视图[43]。旋转磁场的产生原理与行波磁场是相同的，行波磁场也是根据三相异步电机改变而来的，如图 8 所示。在旋转磁场作用下，硅熔体可以产生和磁场方向一致的旋转运动。在硅晶体生长过程中添加旋转磁场的主要目的是用来搅拌熔体和调节固液界面。

Kakimoto[31]发现 Cz 法中旋转磁场是一种具有

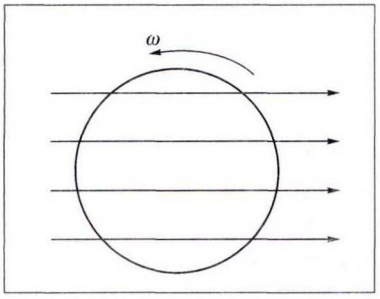


图 7 旋转磁场磁力线俯视图

Fig.7 Magnetic field line overlook diagram of rotating magnetic field

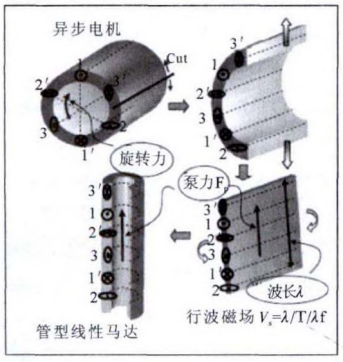


图 8 行波磁场发生器示意图

Fig.8 A schematic diagram of a traveling magnetic field generator

发展前景的控制流动的方法，当磁通密度和频率增加时，熔体的流动模式会发生改变。Dropka 等[32]通过对多晶硅定向生长模拟得到，旋转磁场产生的洛伦兹力密度与行波磁场产生的密度有很大差异，电磁力在中心熔体区域存在最大值。因为太强的磁场强度会对中心的熔融区会带来杂质富集的危险。Popescu 等[33]对多晶硅定向凝固过程进行三维模拟发现，旋转磁场可以增强熔体的对流，来减少杂质向坩埚中心聚集，从而实现了熔体中杂质的均匀化。Dold 等[34]在 Fz 法的实验中发现，毛细驱动对流基本上是被磁场控制着，在磁场作用下掺杂剂浓度的波动减少，固液界面形状稍微平坦但效果不明显。在模拟中，磁场诱导了高方位流动，最大流速出现在自由熔体表面。

3.4 复合电场磁场

不论静态磁场还是非静态磁场，在晶体生长过程中都只采用了单一的磁场方式，其作用有一定的局限性，难于满足晶体生长的需要。为了更好地控制硅熔体，有些研究者对两种或两种以上的复合磁场进行了研究，目前研究较多的为复合电场磁场和双频磁场。Wang 等[35]采用复合电场磁场生长单晶硅时研究发现，电场与轴向或勾形磁场的结合可以有效地控制熔体的流动。Tanasie 等[10]研究也发现，轴向磁场和电场的结合，对熔体的流动、固液界面的形状和翘曲度都有一定的潜在控制作用。Vizman 等[3]研究了电场磁场结合的方法对多晶硅定向生长的影响时发现，低的电流值对硅熔体的搅拌和固液界面形状有利，但电流值过高容易增加固液界面的翘曲度，并出现 w 型的固液界面，因此不利于提高硅晶体的质量。Dropka 等[36]对双频磁场进行了研究，结果表明，当采用高频(600 Hz)和低频(20 Hz)的旋转磁场进行结合作用时，坩埚壁位置的熔体流动较小而中心区域较大。

综上所述，与静态磁场相比，非静态磁场在硅晶体生长过程中的应用还较少，理论研究还不够，以上几类非静态磁场对硅熔体的流场、杂质分布和固液界面等有一定的控制和调节作用，其中交变磁场可以有效减小扩散边界层的厚度，增强杂质的分凝效应，但强度不能太大；向上的行波磁场强化了热浮力作用，易使固液界面下凹；但是向下的磁场削弱了热浮力，使得固液界面有上凸；旋转磁场对界面的影响不是很明显。

虽然复合电场磁场在晶体硅中的应用研究还不够，如何选择合适的电场磁场组合还有待进一步研究，但由于复合电场磁场结合了不同电场和磁场的优势，相信将来复合电场磁场在晶体硅生长中的应用会越来越多，各种更加复杂和更加合理的复合电场磁场也会不断出现。

4 结束语

磁场在晶体硅中已经得到了较多的应用，并且取得了一系列研究进展和科研成果。在晶体硅生长过程中，磁场的加入会对硅熔体产生很多影响，如抑制熔体的对流、调节固液界面形态、控制熔体中的杂质含量等。磁场辅助晶体硅生长研究从 20 世纪 80 年代就已经开始，但是近期研究中一些显著的效果大都局限在模拟计算中，实验研究的力度还有待加强，尤其是磁场的作用机理、磁场在多晶硅生长中的应用、磁场对硅晶体生长过程中应力的影响研究还较少，仍需进一步的发展和研究，为工业化生产制备出高质量硅晶体做好铺垫。不论静态磁场还是非静态磁场，在晶体生长过程中都只采用了单一的磁场方式，其作用有一定的局限性，难于满足晶体生长的需要，而复合电场磁场结合了不同电场和磁场的优势，相信将来复合电场磁场在晶体硅生长中的应用会越来越多，各种更加复杂和更加合理的复合电场磁场也会不断出现。

参考文献：

[1] 宋大有，褚祥康，周禧，等. 纵向磁场拉制硅单晶的工艺研究[J].

上海有色金属,1988(3):18-20.

[2] Cen X, Li Y S, Zhan J. Three dimensional simulation of melt flow in Czochralski crystal growth with steady magnetic fields[J]. Journal of Crystal Growth, 2012, 340(1):135-141.

[3] Vizman D, Tanasie C. Novel method for melt flow control in unidirectional solidification of multi-crystalline silicon [J]. Journal of Crystal Growth, 2013, 372(2):1-8.

[4] Peng L, Gong H. Effects of static magnetic fields on melt flow in detached solidification [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2015, 25(3):936-943.

[5] 饶朏,彭岚,张全壮. 轴向磁场对环形浅液池内硅熔体热毛细对流的影响[J]. 人工晶体学报,2016,45(6):1465-1470,1476.

[6] 李友荣,余长军,吴双应,等. 轴向磁场对硅单晶 Czochralski 生长过程的影响[J]. 材料研究学报,2005(3):249-254.

[7] 罗玉峰,袁文佳,张发云,等. 轴向磁场下多晶硅铸造过程的仿真模拟[J]. 铸造技术,2013,34(1):61-64.

[8] 刘志辉,罗玉峰,饶森林,等. 轴向磁场下多晶硅定向凝固研究[J]. 热加工工艺,2018,47(1):88-91,95.

[9] Chen X, Zhan J M, Li Y S, et al. Large eddy simulation of industrial Czochralski Si crystal growth under transverse magnetic field[J]. Journal of Crystal Growth, 2014, 389(2):60-67.

[10] Tanasie C, Vizman D, Friedrich J. Numerical study of the influence of different types of magnetic fields on the interface shape in directional solidification of multi-crystalline silicon ingots [J]. Journal of Crystal Growth, 2011, 318(1): 293-297.

[11] Liu L, Kakimoto K. Partly three-dimensional global modeling of a silicon Czochralski furnace. I. Principles, formulation and implementation of the model[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2005, 48(21-22): 4481-4491.

[12] Collet Y, Magotte O, Van den Bogaert N, et al. Effective simulation of the effect of a transverse magnetic field (TMF) in Czochralski Silicon growth [J]. Journal of Crystal Growth, 2012, 360: 18-24. [13] Kakimoto K, Gao B, Liu X, et al. Growth of semiconductor silicon crystals [C]// International Summer School on Crystal Growth. 2016:273-285.

[14] 邹勇,张银,唐硕捷,等. 微重力下静态磁场对浮区法硅单晶生长的影响[J]. 人工晶体学报,2015,44(9):2343-2349.

[15] 罗玉峰,刘杰,张发云,等. 勾形磁场下多晶硅定向凝固模拟与分析[J]. 人工晶体学报,2016,45(1):110-114,127.

[16] Wang Y, Xu W, Dai X, et al. Numerical simulation of effects of cusp magnetic field on oxygen concentration of 300 mm CZ-Si[J]. Rare Metals, 2012, 31(5): 494-499.

[17] 常麟,周旗钢,戴小林,等. CUSP 磁场对直拉硅单晶氧浓度分布影响的数值模拟[J]. 稀有金属,2011,35(6):909-915.

[18] 王雷,沈军,王灵水,等. 行波磁场在晶体生长过程中的研究进展[J]. 材料导报,2011,25(11):5-10.

[19] Kiessling F M, Bü llesfeld F, Dropka N, et al. Characterization of mc-Si directionally solidified in travelling magnetic fields[J]. Journal of Crystal Growth, 2012, 360(1):81-86.

[20] Qinghua Yu, Lijun Liu, Zaoyang Li, Peng Su.Global simulations of heat transfer in directional solidification of multi-crystalline silicon ingots under a traveling magnetic field [J]. Journal of Crystal Growth, 401 (2014) 285-290.

[21] Vizman D, Dadzis K, Friedrich J. Numerical parameter studies of 3D melt flow and interface shape for directional solidification of silicon in a traveling magnetic field [J]. Journal of Crystal Growth, 2013, 381: 169-178.

[22] Kader, Zaidat, Mircea, et al. Impact of the Travelling Magnetic Field on the Metallic Impurities During the Crystallization of Photovoltaic Silicon [J]. Journal of Iron and Steel Research (International), 2012, 156(s1):243-247.

[23] Cablea M, Zaidat K, Gagnoud A, et al. Directional solidification of silicon under the influence of travelling magnetic field [J]. Journal of Crystal Growth, 2014, 401(23):883-887.

[24] Tomzig E, Virbulis J, Ammon W V, et al. Application of dynamic and combined magnetic fields in the 300mm silicon single-crystal growth[J]. Materials Science in Semiconductor Processing, 2002, 5 (2):347-351.

[25] Dadzis K, Vizman D, Friedrich J. Unsteady coupled 3D calculations of melt flow, interface shape, and species transport for directional solidification of silicon in a traveling magnetic field [J]. Journal of Crystal Growth, 2013, 367(10):77-87.

[26] Guo-Jun C, Yong-Jie Z, Yuan-Sheng Y. Modelling the unsteady melt flow under a pulsed magnetic field [J]. Chinese Physics B, 2013, 22(12): 124703.

[27] 冯孝燕,王琤,赵波,等. 交变磁场中硅熔液的电磁力有限元分析[J]. 人工晶体学报, 2013(8):1702-1706.

[28] Dropka N, Frank-Rotsch C, Rudolph P. Comparison of stirring efficiency of various non-steady magnetic fields during unidirectional solidification of large silicon melts [J]. Journal of Crystal Growth, 2013, 365(4):64-72.

[29] Cablea M, Zaidat K, Gagnoud A, et al. Multi-crystalline silicon solidification under controlled forced convection[J]. Journal of Crystal Growth, 2015, 417(21):44-50.

[30] Li P, Ren S, Jiang D, et al. Effect of alternating magnetic field on the removal of metal impurities in silicon ingot by directional solidification[J]. Journal of Crystal Growth, 2016, 437:14-19.

[31] Kakimoto K. Effects of rotating magnetic fields on temperature and oxygen distributions in silicon melt [J]. Journal of Crystal Growth, 2002, s237-239:1785-1790.

[32] Dropka N, Frank-Rotsch C, Rudolph P. Numerical study on stirring of large silicon melts by Carousel magnetic fields [J]. Journal of Crystal Growth, 2012, 354(1):1-8.

[33] Popescu A, Vizman D. Numerical study of the influence of melt convection on the crucible dissolution rate in a silicon directional solidification process [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2011, 54(25-26):5540-5544.

[34] Dold P, Cröll A, Lichtensteiger M, et al. Floating zone growth of silicon in magnetic fields: IV. Rotating magnetic fields[J]. Journal of Crystal Growth, 2001, 231(s1-2):95-106.

[35] Wang W, Watanabe M, Hibiya T, et al. Three-Dimensional Simulation of Silicon Melt Flow in Electromagnetic Czochralski Crystal Growth [J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2000, 39(2A): 372-377.

[36] Dropka N, Miller W, Rehse U, et al. Numerical study on improved mixing in silicon melts by double-frequency TMF [J]. Journal of Crystal Growth, 2011, 318(1):275-279.